

RESUMEN

El tema tratado en este trabajo se enmarca dentro del esquema de Cuentas Satélite del Turismo. Matemáticamente se desarrolla *un sistema de ecuaciones en diferencias*. Se parte de la ecuación macroeconómica fundamental en equilibrio para n países que intercambian turistas entre sí, y de ésta se deriva el multiplicador generalizado de la inversión. Luego de planteado el modelo, se resuelve el sistema para encontrar el conjunto de trayectorias temporales del ingreso de n países y como parte de ésta solución se obtiene la matriz de los multiplicadores. Posteriormente, se efectúa una aplicación hipotética, para determinar los multiplicadores de la inversión.

Códigos de campo JEL: F0 – C6

SUMMARY

The subject matter of the present research work is framed into the scheme of Satellite Accounts of Tourism.

Mathematically, it is developed a system of differential equations based upon the fundamental macroeconomic equation. From this equation, in balance for n countries interchanging tourists among them, is derived the generalized inversion multiplier.

After stated the model, it is resolved the system to find the whole of temporary trajectories of n entering countries, and as part of such solution, it is obtained the matrix of the multipliers.

Finally, the inversion multipliers are determined by means of a hypothetical application.

JEL Clasification: F0 – C6

MULTIPLICADOR TURISTICO[®]

Ball F., Ibañez J. y Picardi de Sastre M. S.¹

1. Introducción

Desde mediados del siglo XX, el turismo se ha convertido en una de las actividades económicas de mayor crecimiento en el mundo. El aumento del ocio y el tiempo libre, asociados a un incremento en los ingresos del sector familias en los países más desarrollados, el abaratamiento de los costos comunicacionales y de transporte, y el aumento de la población global, son algunos de los factores explicativos de dicho crecimiento.

Sin embargo, por ser el turismo una actividad transversal de otros sectores de la economía, aún no se encuentra identificado dentro del marco de las cuentas nacionales. Una propuesta para integrar el sector a las mismas, surgió en la última década bajo el concepto de Cuentas Satélite del Turismo (CST)².

Una característica distintiva del turismo, que lo diferencia de las demás industrias incluidas dentro del núcleo de cuentas nacionales, es que la determinación de que un bien sea o no turístico, no corresponde al producto o servicio ofrecido, sino que esta propiedad le es inherente a quien lo consume. En efecto, el gasto llevado a cabo por un visitante en un país o región determinada, generará un consumo adicional al procurado por los residentes habituales de dicho país o región. Esta demanda adicional, es la base para la medición de las actividades económicas generadas por el turismo dado que éste depende de las actividades realizadas por un tipo particular de consumidor que se diferencia de los otros tipos de consumidores por el hecho de encontrarse fuera de su entorno habitual. Por lo

[®] Este trabajo fue desarrollado en el marco del PI N°436 según Disposición SCT N° 109 de la Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco – Facultad de Ciencias Económicas sede Trelew.

¹ Lic. Facundo Ball, Economista, Investigador del PI. Departamento de Matemática– Universidad Nacional de la Patagonia SJB, Trelew, Chubut, facundorb@infovia.com.ar

Lic. Julio Ibañez Economista, Investigador del PI. Departamento de Economía – Universidad Nacional de la Patagonia SJB, Trelew, Chubut. jibanez@economicasunp.edu.ar

Mg. Marta Susana Picardi de Sastre, Economista, directora del PI. Departamento de Economía – Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca. spicardi@criba.edu.ar

Agradecemos muy especialmente a la Lic. Silvia García, del Departamento de Matemática– UNPSJB, por su valioso aporte y dedicación.

² Una CST se basa en la existencia de un equilibrio general entre oferta y demanda de bienes y servicios dentro de la economía, donde se analizan detalladamente "...todos los componentes de la demanda de bienes y servicios que podrían estar asociados al turismo dentro de una economía..."(CST-Marco Conceptual pp.14. CD-OMT), estudiando la forma en que dichos

tanto, lo que diferencia al turismo de las demás industrias, no es *lo que se consume*, sino que este consumo sea realizado *fuera del entorno habitual* de quien lo realiza.

En este sentido, la Organización de las Naciones Unidas (ONU) y la Organización Mundial del Turismo (OMT) indican que el turismo comprende a aquellas actividades "...que realizan las personas durante sus viajes y estancias en lugares distintos al de su entorno habitual, por un periodo de tiempo consecutivo inferior a un año, con fines de ocio, negocios y otros propósitos".³

Desde una perspectiva monetaria, el turismo es particularmente importante para la Balanza de Pagos. Los turistas extranjeros gastan su dinero (divisas) consumiendo bienes y servicios producidos en el país receptor y de esta se generan fondos que contribuyen a contrarrestar los desvíos en las cuentas externas. En función de ello, el turismo puede ser una herramienta fundamental para lograr un desarrollo sostenible en el tiempo.

Esta actividad es también movilizadora de fondos públicos y privados, afectando las condiciones económico-sociales de la población, tanto en los países receptores como en los emisores.

Todo lo anterior justifica realizar, en una región o país, un seguimiento sistemático del turismo como una disciplina de peso dentro de las ciencias económicas. Como producto del mencionado seguimiento se obtendrán los datos relevantes para diagnosticar y que permitan inferir el peso relativo del sector y su impacto potencial.

El principal objetivo del presente trabajo es profundizar las líneas de investigación orientadas al estudio de las Cuentas Satélite del Turismo y su relación con las Cuentas Nacionales.

Matemáticamente se utiliza el enfoque de la Matriz Insumo – Producto de Leontief en forma dinámica, en combinación con la metodología de las Cuentas Satélite del Turismo y de las Cuentas Nacionales.

bienes y servicios confrontan con la oferta "...dentro de la misma economía de compilación..." (CST-Marco Conceptual pp.14. CD-OMT).

³ Definición adoptada por ONU y OMT, publicadas en "Recommendations on Tourism Statistics", pag 9. Department of Economics and Social Information and Policy Analysis and World Tourism Organization. Naciones Unidas. N.Y.1994

El trabajo consta básicamente de dos grandes partes: el desarrollo del modelo diseñado con su solución matemática y una aplicación empírica de la interdependencia por regiones del mundo de la renta turística mundial.

2. El multiplicador del turismo

Desde la aparición del modelo Insumo-Producto (Leontief, 1940), la literatura económica se ha poblado de aplicaciones que utilizan el lenguaje matemático para la explicación y resolución de los más diversos problemas.

Al respecto, B.Archer (1976), en materia de análisis turístico, es considerado el pionero en lo referido a multiplicadores keynesianos aplicados al gasto turístico en países o regiones. En los últimos veinte años, la economía del turismo se ha nutrido de múltiples trabajos orientados a la explicación de los procesos turísticos, como así también al análisis de los impactos que el turismo provoca, tanto a nivel ambiental, como político, económico o cultural.

En la Argentina, si bien existen diferentes publicaciones referidas al turismo, todavía no se ha avanzado demasiado - a nuestro criterio - en la línea investigativa de la economía del turismo.

Entendido el turismo como un sistema, el flujo de visitantes extranjeros a cada país, se lo puede asemejar al esquema del comercio internacional en el sentido que las exportaciones de un país receptor, vía ventas de bienes y servicios, tiene su contrapartida en la salida de divisas desde los países emisores.

El fenómeno “multiplicador del turismo” es producto del encadenamiento de sucesivos efectos que le siguen al gasto turístico. Estos efectos, sólo pueden ser descriptos por modelos económicos que logren contener el conjunto de impactos que producen en la economía los diferentes cambios, ya sea en forma directa, indirecta o inducida, en términos de creación de valor, empleos, o generación de divisas, entre otros.

3. Presentación del modelo

Todos los bienes y servicios consumidos y relacionados con un viaje integran los componentes del gasto de consumo que se discriminan en:

- gasto doméstico en turismo (que es el turismo interno),
- gasto extranjero en el país (turismo receptor)
- gasto nacional en el extranjero (turismo emisor).

Estas categorías, son comparables con las categorías de Consumo Final, Importaciones y Exportaciones de las Cuentas Nacionales facilitando las mediciones de impacto utilizando instrumentos probados con estas variables macroeconómicas, y el análisis comparativo de los mismos.

En efecto, la ecuación macroeconómica fundamental para economías abiertas la podemos escribir considerando los componentes de estas variables correspondientes al sector turismo:

$$YT_i = CT_i + IT_i + XT_i - QT_i \quad \text{para } i = 1, \dots, n. \quad (1)$$

donde:

YT_i = ingresos turísticos del i -ésimo país.

CT_i = consumo total en turismo de los residentes del país i .

IT_i = inversión turística total en el país i .

XT_i = consumo del turismo receptivo (exportaciones).

QT_i = consumo del turismo emisor (importaciones).

En el consumo del turismo receptivo (XT_i) se registran los gastos que se llevaron a cabo dentro del país por los no residentes, en su calidad de visitantes. En el consumo del turismo emisor (QT_i) se registran los gastos que realizaron los residentes en el país i , en su calidad de visitantes a otros países.

A partir de esta ecuación intentaremos estimar: **Cómo impactará en el ingreso nacional del sector turismo, de cada una de las economías en consideración, una variación de la inversión autónoma o una variación en las propensiones marginales al turismo.**

Los supuestos de partida del modelo son los siguientes:

Supuesto I. El nivel inicial de producto en cada uno de los países se supone en equilibrio, en el sentido de que la oferta de bienes y servicios es igual a la demanda de dichos bienes y servicios.

Supuesto II. Todas las variables son función del tiempo, y a éste se lo considera dividido en periodos de igual longitud. (t : variable discreta).

Supuesto III. Las importaciones se consumen o se reinvierten, pero no se reexportan.

Supuesto IV. No existen importaciones de bienes de capital.

Supuesto V. Tanto CT , como QT en t tienen una relación lineal con Y en $t-1$. Y sus coeficientes son constantes, por lo que no dependen del tiempo.

Supuesto VI. Los precios se consideran constantes.

Supuesto VII. La inversión se considera autónoma.

Por otra parte, de la ecuación (1) se puede derivar el consumo doméstico $CD_i(t)$, que es igual al total del consumo en turismo del país i menos el turismo emisor:

$$CD_i(t) = CT_i(t) - QT_i(t) \quad (2)$$

Por lo tanto, en el consumo del turismo doméstico se incluyen los gastos efectuados por los viajeros del país i , siempre y cuando se hayan realizado fuera de su entorno habitual, pero dentro de su mismo país.

Con esto, podemos redefinir la ecuación (1) de la siguiente manera:

$$YT_i(t) = CD_i(t) + IT_i(t) + XT_i(t) \quad (3)$$

Esta ecuación de gasto en turismo vale para cada uno de los n países en consideración; es decir, para $i = 1, \dots, n$.

Escribiremos el modelo en forma más general usando vectores y matrices que definiremos a continuación:

El ingreso o gasto turístico lo representaremos como un vector columna:

$$YT(t) = \begin{pmatrix} YT_1(t) \\ YT_2(t) \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ YT_n(t) \end{pmatrix}$$

la coordenada i del vector YT representará, entonces, el gasto agregado nacional del sector turismo del i -ésimo país para el período t . Por ello: $YT_i(t) > 0 \quad \forall i; \quad \forall t$

YT es la variable endógena o dependiente, mientras que por el **Supuesto VII** la variable exógena será la inversión.

La inversión, también puede expresarse como un vector columna para los n países del sistema. En este caso, definiremos al vector IT_0 como:

$$IT_0 = \begin{pmatrix} IT_{01} \\ IT_{02} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ IT_{0n} \end{pmatrix}$$

donde la coordenada i será la inversión total para el sector turismo en el país i , la misma para todo t .

Explicitando el **Supuesto V**, el consumo total en turismo, el consumo del turismo emisor y el consumo del turismo doméstico será para $i = 1, \dots, n$:

$$CT_i(t) = c_i YT_i(t-1) \quad (4)$$

$$QT_i(t) = q_i YT_i(t-1) \quad (5)$$

$$CD_i(t) = d_i YT_i(t-1) \quad (6), \text{ donde } d_i = c_i - q_i$$

Observemos que:

$$c_i = \frac{\partial CT_i(t)}{\partial YT_i(t-1)} = \text{propensión marginal al consumo total en turismo para el país } i.$$

$$q_i = \frac{\partial QT_i(t)}{\partial YT_i(t-1)} = \text{propensión marginal al consumo turístico en el extranjero de los residentes en el país } i.$$

$$d_i = \frac{\partial CD_i(t)}{\partial YT_i(t-1)} = \text{propensión marginal al consumo en turismo doméstico en el país } i.$$

El consumo del turismo emisor del país i se hace en los $n-1$ países restantes. El país i , no tendrá necesariamente las mismas propensiones marginales para cada país en el cual consume.

Además, se supone $0 < d_i = c_i - q_i < 1$, $c_i > q_i \quad \forall i = 1, \dots, n$

Las relaciones comerciales internacionales de turismo las podemos ubicar para los n países en consideración, en una matriz:

$$Z = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & \dots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & \dots & z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{n1} & z_{n2} & \dots & \dots & z_{nn} \end{pmatrix} = (z_{ij}) \text{ con } \begin{cases} i = 1; \dots; n \\ j = 1; \dots; n \end{cases}$$

Z será la **matriz de propensiones marginales al gasto en turismo**, donde z_{ij} representa la propensión marginal del país j a consumir bienes y servicios del sector turismo del país i , $\forall i \neq j$. En tanto que z_{ii} representa la propensión marginal a consumir turismo doméstico en el país i .

La suma de los elementos de la columna j menos el elemento z_{jj} representa la propensión total del j -ésimo país a consumir turismo en el extranjero; esto es, la variación

del consumo de turismo en el país i por unidad de variación del ingreso del país j en el período anterior.

$$\text{Entonces: } \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n z_{ij} = z_{1j} + z_{2j} + \dots + z_{i,i-1} + z_{i,i+1} + \dots + z_{nj} = q_j$$

$$\text{siendo: } QT_j(t) = q_j \cdot YT_j(t-1) \quad \text{y por lo tanto; } \frac{\partial QT_j(t)}{\partial YT_j(t-1)} = q_j \quad \text{como ya vimos.}$$

A esta altura, incorporaremos un nuevo supuesto:

Supuesto VIII:

$Z = (z_{ij})$ es una matriz constante (exógena para nuestro modelo)

En esta matriz, la suma de los elementos por columnas representa la propensión total al gasto en consumo de turismo del país j , por lo tanto estará entre 0 y 1.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n z_{ij} &= z_{1j} + z_{2j} + \dots + z_{ij} + \dots + z_{nj} \\ &= \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n z_{ij} + z_{jj} = q_j + p_j < 1 \end{aligned}$$

que es la propensión marginal al consumo total de turismo del país j
donde llamamos p_j a la propensión marginal del país i a consumir turismo doméstico,

siendo $p_j = z_{jj}$.

En forma matricial el modelo quedará expresado de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} YT_1 \\ YT_2 \\ \dots \\ YT_n \end{pmatrix}_{(t)} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & \dots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & \dots & z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{n1} & z_{n2} & \dots & \dots & z_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} YT_1 \\ YT_2 \\ \dots \\ YT_n \end{pmatrix}_{(t-1)} + \begin{pmatrix} IT_{0_1} \\ IT_{0_2} \\ \dots \\ IT_{0_n} \end{pmatrix}$$

Sintéticamente se lo puede expresar como :

$$YT(t) = Z \cdot YT(t-1) + IT_0 \quad (7)$$

Este sistema expresa que el cambio en el ingreso de un país (por ejemplo que en $YT(t-1)$ cambie la coordenada $YT_k(t-1)$), modificará el ingreso en cada uno de los demás países relacionados (cambiará $YT(t) = (YT_i(t))$ posiblemente para todo i), en el período siguiente. Esto es: $YT(t)$ está en función de $YT(t-1)$

De esta forma, se pueden ver las interacciones entre las economías de distintos países a través de sus relaciones turísticas.

4. Resolución del modelo

Buscamos obtener YT_t como una función solamente de t . Observemos que la matriz Z y el vector IT_0 son exógenos al modelo.

Por lo tanto, la ecuación (7) es de la forma:

$$Y(t) = A \cdot Y(t-1) + C \quad (7')$$

donde: $Y(t)$ es un vector incógnita $n \times 1 \quad \forall t$; A es una matriz constante $n \times n$ y

C es un vector constante $n \times 1$

Este sistema de ecuaciones en diferencias es lineal, con coeficientes constantes (por A) y no homogéneo por la presencia del vector C . Su solución consta de dos partes³:

$$Y(t) = Y_{homogenea} + Y_{particular} ; \text{ o } Y(t) = Y_h + Y_p$$

llamamos Y_h a la solución de la parte homogénea y Y_p a la solución particular. Donde:

$$Y_h = A^t \cdot K \quad (7'')$$

siendo K un vector de n constantes arbitrarias.

³ Para la demostración ver MALASPINA, Uldarico J (13). Páginas 324/344.

$Y_p = V$; V es un vector constante cuya expresión debemos determinar.

Para determinar V hacemos $Y_p = V \quad \forall t$.

Entonces, reemplazando en (7'):

$V = A.V + C$, de donde $V - A.V = C$, entonces:

$(Id - A).V = C$ donde Id es la matriz identidad de orden n .

Con lo cual si existe $(Id-A)^{-1}$:

$$V = (Id - A)^{-1}.C \quad (7'')$$

Reemplazando (7'') y (7''') en nuestro modelo, con la notación que corresponde, obtenemos la solución general de (7). Quedándonos que, si existe la inversa de $(Id - Z)$, es de la forma (ver Anexo I):

| | | |
|--------------------------------------|-------------------------------------|-----|
| $YT(t) = Z^t.K + (Id - Z)^{-1}.IT_0$ | Solución general del sistema (7) | (8) |
|--------------------------------------|-------------------------------------|-----|

Este es el vector solución del sistema, que nos indica el comportamiento temporal del Ingreso del turismo de cada país del sistema.

En tanto que la **solución definida**, al fijar como punto de partida $YT(0) = Y_0$ es:

$$YT(0) = Z^0.K + (Id - Z)^{-1}.IT_0 \quad \text{siendo } Z^0 = Id \quad \text{y } Id.K = K.$$

$$\text{Luego } K = [Y_0 - (Id - Z)^{-1}.IT_0].$$

Reemplazando en (8):

| | |
|---|-----|
| $YT(t) = Z^t.[Y_0 - (Id - Z)^{-1}.IT_0] + (Id - Z)^{-1}.IT_0$ | (9) |
|---|-----|

Observación: $YT(t) = (YT_1(t); YT_2(t); \dots ; YT_n(t))'$ es un vector de trayectorias temporales, donde $YT_i(t)$ es la trayectoria del ingreso YT para el país i , en función de t .

5. Condiciones de estabilidad de la solución

Si el ingreso en uno o más países no está en estado de equilibrio, es necesario ver si la tendencia se ajusta o tiende a ajustarse a los requerimientos de la demanda, suponiendo que los ingresos se comporten como indica (9).

La estabilidad se refiere al comportamiento del ingreso en cuanto a si tiende a aproximarse al estado de equilibrio o no, siendo: $YT(t) = Y_h + Y_p$, donde Y_p es el estado de equilibrio.

Por lo tanto, para que el equilibrio sea estable debe cumplirse que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} YT(t) = Y_p = (Id - Z)^{-1} IT_0$$

Lo cual es equivalente a que $\lim_{t \rightarrow \infty} Y_h = \lim_{t \rightarrow \infty} Z^t \cdot K = 0$.

Como K es un vector constante ($K = [Y_0 - (Id - Z)^{-1} \cdot IT_0]$), buscamos que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Z^t = 0.$$

Es decir, que la matriz Z sea convergente. Lo cual ya vimos (ver Anexo I) que se cumple a partir de que $Z = (z_{ij})$ es tal que $0 < z_{ij} < 1 \quad \forall i, \forall j$ y $\sum_{i=1}^n z_{ij} < 1 \quad \forall j$.

Por lo tanto, la solución $YT(t)$ tenderá al equilibrio, y el sistema será estable;

Es decir:

$$YT(t) \rightarrow (Id - Z)^{-1} \cdot IT_0 \quad \text{cuando } t \rightarrow \infty$$

pues, en nuestro modelo, $Z^t \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$

6. Estática comparada aplicada a la solución del modelo

6.1 Variaciones en el vector de inversión (IT_0)

Si se diera un cambio en la inversión, es decir que pasamos del vector IT_0 al vector IT_0^* , el nuevo modelo con IT_0^* tendrá un nuevo equilibrio.

Lo que hay que hacer, es un ejercicio de **estática comparativa** donde la variación en la variable exógena inversión determina los cambios en la trayectoria temporal de la variable endógena ingreso:

$$\frac{\partial Y_T}{\partial IT} = \frac{\partial (Z^t \cdot [Y_0 - (Id - Z)^{-1} \cdot IT] + (Id - Z)^{-1} \cdot IT)}{\partial IT} =$$

$$\frac{\partial Y_T}{\partial IT} = \frac{\partial (Z^t \cdot Y_0 - Z^t \cdot (Id - Z)^{-1} \cdot IT + (Id - Z)^{-1} \cdot IT)}{\partial IT} =$$

$$\frac{\partial Y_T}{\partial IT} = \frac{\partial (-Z^t (Id - Z)^{-1} \cdot IT + (Id - Z)^{-1} \cdot IT)}{\partial IT}$$

Sacando factor común a la derecha $(Id - Z)^{-1} \cdot IT$, y considerando que: $\frac{\partial Z^t \cdot Y_0}{\partial IT} = 0$, queda:

$$\frac{\partial Y_T}{\partial IT} = \frac{\partial ((Id - Z^t) \cdot (Id - Z)^{-1} \cdot IT)}{\partial IT}$$

Como para $A_{n \times n}$ y $v_{n \times 1}$, $\frac{\partial (Av)}{v} = A$, ya que:

$$\frac{\partial}{\partial v} (Av) = \left(\frac{\partial \sum_{j=1}^n a_{ij} v_j}{\partial v_k} \right) = \left(\sum_j a_{ij} \frac{\partial v_j}{\partial v_k} \right) = (a_{ij}) = A, \text{ pues } \frac{\partial v_j}{\partial v_k} = \begin{cases} 1 & \text{si } k = j \\ 0 & \text{si } k \neq j \end{cases}$$

Entonces: $\frac{\partial Y_T}{\partial IT} = (Id - Z^t) \cdot (Id - Z)^{-1}$. Llamemos $H = (Id - Z^t) \cdot (Id - Z)^{-1} = (h_{ij})$

$\frac{\partial Y_T}{\partial IT} = \left(\frac{\partial Y_{T_i}}{\partial IT_j} \right) = (h_{ij}) = H$ muestra cómo varía el ingreso por turismo en el país i , al variar

la inversión en el país j .

Z^t converge muy rápidamente a cero, por ser los $z_j > 0$ y mucho más pequeños que 1, pues

$$\sum_{i=1}^n z_{ij} < 1 \quad \forall j.$$

Entonces, para un t relativamente pequeño, podemos suponer que $Z^t \rightarrow 0$.

Por lo tanto supondremos que $(Id - Z^t) \rightarrow Id$.

Y de aquí que no se comete un error significativo al tomar aproximadamente para H :

$$H \cong (Id - Z)^{-1}$$

$(Id - Z)^{-1}$ será entonces la matriz de los multiplicadores en equilibrio de la inversión en turismo que utilizaremos.

Los elementos de la diagonal principal de H son los multiplicadores propios de cada país, que muestran el efecto en el ingreso del país i ante un cambio en su inversión autónoma.

Por lo tanto, es lógico pensar que sean los de mayor cuantía, ya que las inversiones realizadas en el país modificarán en primera instancia y más fuertemente, el ingreso nacional del país que realiza la inversión.

El elemento h_{ij} para cada $i \neq j$, es el multiplicador que relaciona el cambio vía turismo en el ingreso del país i con un cambio en la inversión en los otros países (en este caso j).

6.2 Variaciones en la matriz de propensiones al gasto (Z)

Haremos un análisis de estática comparada, considerando que varía la matriz Z .

Cada z_{ij} se formó por variar la cantidad de turistas o por modificarse el tipo de cambio.

Considerando cambios en la matriz de las propensiones al gasto, determinaremos el impacto vía turismo en el ingreso de cada país.

Calculando:

$$\frac{\partial YT}{\partial Z} = \frac{\partial YT_i}{\partial z_{ij}} = \frac{\partial (Z^t \cdot Y_0 - Z^t \cdot (Id - Z)^{-1} \cdot IT + (Id - Z)^{-1} \cdot IT)}{\partial Z} =$$

$$\frac{\partial YT}{\partial Z} = \frac{\partial (Z^t \cdot Y_0 + (Id - Z^t) \cdot (Id - Z)^{-1} \cdot IT_0)}{\partial Z} =$$

$$\frac{\partial YT}{\partial Z} = \frac{\partial (Z^t \cdot Y_0)}{\partial Z} + \frac{\partial ((Id - Z^t) \cdot IT)}{\partial Z} + \frac{(Id - Z)^{-1} \cdot IT}{\partial Z} =$$

Esta última expresión requiere calcular derivadas de vectores con respecto a matrices:

$$\frac{\partial(Z^t \cdot Y_0)}{\partial Z} ; \quad \frac{\partial((Id - Z^t) \cdot IT_0)}{\partial Z} \quad \text{y} \quad \frac{\partial((Id - Z)^{-1} \cdot IT_0)}{\partial Z}$$

No son excesivamente difíciles de calcular, pero no resulta obvio de los resultados obtenidos el tipo de influencia que recibe YT ante una variación en Z .

Sólo como observación, notemos que las diferencias quedarían:

$$d(Z^t \cdot Y_0) = dZ^t \cdot Y_0$$

dZ^t solo podría ponerse como $t \cdot Z^{t-1} \cdot dZ$ si el producto $Z \cdot (dZ)$ fuera igual a $(dZ) \cdot Z$, lo cual no se cumple siempre

$$d((Id - Z) \cdot IT_0) = d(Id - Z^t) \cdot IT_0 = -t Z^{t-1} dZ \cdot IT_0$$

$$d((Id - Z)^{-1} \cdot IT_0) = (Id - Z)^{-1} \cdot dZ \cdot (Id - Z)^{-1} \cdot IT_0$$

Como en el caso 6.1, tomando t relativamente grande, Z^t tiende a 0, y éste multiplicador se simplificaría notoriamente, ya que las dos primeras derivadas darían cero.

Para el manejo de un modelo empírico concreto, en este caso es imprescindible obtener los resultados con el uso de la computadora.

7. Una sencilla aplicación empírica

7.1 Origen

Lo que veremos en esta sección, es la interdependencia por regiones de la renta turística mundial.

El análisis se hace sobre la matriz de los multiplicadores $H \equiv (Id - Z)^{-1} = (h_{ij})$.

Para los datos estadísticos, se utilizaron dos fuentes secundarias de información:

En primer lugar se parte de los datos de la World Travel & Tourism Council (WTTC) Travel & Tourism Satellite Accounting para el año 2001. Los datos, fueron tomados de la Página Web oficial de esta organización. Esta fuente se la utilizó para definir *Producto*, *Consumo*, *Importaciones* y *Exportaciones* para cada región.

En segundo lugar, se utilizaron las proporciones de viajes de un continente a otro brindadas por la Organización Mundial del Turismo definidas en el Yearbook of Tourism Statistics (1997).

7.2 Resultados obtenidos e interpretación de los mismos

Una vez calculada la matriz Z , comprobamos que por ser $0 < z_{ij} < 1$ y $\sum_{i=1}^n z_{ij} < 1 \quad \forall j$,

existe la inversa de la matriz $(Id - Z)$ y es positiva (Ver Anexo II).

La matriz obtenida H contiene los multiplicadores correspondientes a la variación de la inversión del j -ésimo país, aplicables al ingreso de dicho país y al de los demás.

| Matriz H aproximada como la inversa de $(Id - Z)$ | | | | | | |
|---|-----------|-----------|-----------|-----------------|---------------|-------------|
| Matriz de los MULTIPLICADORES | | | | | | |
| | África | América | Europa | Asia y Pacífico | Oriente Medio | Sur de Asia |
| África | 1,9003600 | 0,0108306 | 0,0603314 | 0,0152552 | 0,0733135 | 0,0239059 |
| América | 0,5480670 | 4,2225700 | 0,8963890 | 0,7435510 | 0,2744430 | 0,3982980 |
| Europa | 1,5866900 | 0,4807700 | 4,5427600 | 0,6280640 | 0,7197760 | 0,6468870 |
| Asia y Pacífico | 0,3396540 | 0,1781160 | 0,3694830 | 3,8264800 | 0,1874490 | 0,6528460 |
| Oriente Medio | 0,2448230 | 0,0149528 | 0,0652899 | 0,0322765 | 1,8540600 | 0,1625750 |
| Sur de Asia | 0,0798206 | 0,0171176 | 0,0624858 | 0,0370355 | 0,0820475 | 3,0507200 |

En la matriz H se puede ver que **Europa** es la región que tiene el multiplicador interno más grande (4.54) de las seis regiones consideradas, en tanto que **Medio Oriente** el que posee el menor multiplicador interno (1.85).

Ahora, si queremos estudiar los efectos multiplicadores de **América** sobre las demás regiones y de las demás regiones sobre **América** se debe analizar la columna $j = 2$ y la fila $i = 2$ respectivamente.

En la columna 2 vemos que el mayor efecto multiplicador lo produce sobre **Europa** (0.48) en tanto que el menor impacto es sobre **África** (0.010). En la fila 2 vemos que es **Europa** quien produce un mayor efecto multiplicador sobre el ingreso turístico de **América**, ya que un cambio en la inversión en **Europa** tendrá un impacto de 0.89 en el ingreso turístico de **América**.

El menor efecto multiplicador en **América** corresponderá a cambios en la inversión en la región de **Medio Oriente** (0.274).

Por otra parte, el multiplicador propio de **América** es el más grande (4.22) después del de **Europa**.

Si analizamos **Europa**, el mayor efecto multiplicador lo produce sobre **América** (0.896) en tanto que el menor lo produce sobre **Africa** (0.060), pero es justamente **Africa** quien produce un mayor impacto sobre **Europa** (1.586) y América el menor sobre **Europa** (0.48).

El elemento $h_{11} = 1.90$ que corresponde a **Africa**, indica como repercutirá la variación de la inversión de **Africa** en su propio Ingreso turístico.

Para responder a la pregunta de cómo resultan afectadas las demás regiones en relación con **Africa**, es necesario observar la columna $j = 1$ de la matriz H . En dicha columna se observa que el mayor efecto multiplicador de **Africa** se produce sobre **Europa** (1.58) y el menor sobre el **Sur de Asia** (0.079).

Si queremos analizar cuáles son los efectos multiplicativos que producen las demás regiones sobre el ingreso turístico de **África**, tenemos que observar la fila $i = 1$, donde se ve

que en esa fila es donde se registran los menores multiplicadores, es decir que en **Africa** es donde menos impactan las variaciones que se producen en las demás regiones .

Si analizamos el elemento $h_{1,2} = 0.0108$ concluimos que de los 36 multiplicadores encontrados, el más pequeño es el que corresponde a la relación turística entre América y Africa, este multiplicador nos indica cuál será la repercusión sobre el ingreso de Africa ante un cambio en el componente autónomo del ingreso turístico de América.

Esta clase de análisis se puede realizar para cada una de las regiones consideradas en este trabajo.

8. Reflexiones finales:

Dado que el turismo es una actividad económica con fuertes efectos derrame además de generadora de divisas, el objetivo del presente trabajo fue profundizar en una de las líneas de investigación en el marco de las cuentas satélite del turismo. Para ello se diseñó y se aplicó empíricamente un modelo que intenta estimar los multiplicadores económicos del turismo dentro del marco de la teoría de las CST.

Es importante tener presente que, para la construcción del modelo teórico de la primera parte, se partió de una gran cantidad de supuestos.

En este sentido, considerar autónoma a la inversión o constantes a las propensiones marginales, pueden ser simplificaciones excesivas de la realidad.

Con respecto a este último supuesto, sólo es admisible considerar las propensiones marginales constantes para períodos cortos, debido fundamentalmente a que este dato está asociado tanto a los gustos y costumbres de los viajeros, como así también a los diferentes tipos de cambio.

En cuanto a la inversión, debemos reconocer que ninguna variable es *a priori* autónoma. En realidad un estudio más refinado debería tener en cuenta la inducción de la inversión.

Por otro lado, para el ejemplo empírico presentado se utilizaron datos de más de una fuente de información, por lo que en esta etapa no sabemos cuál es el grado de error que se pueda estar cometiendo en cuanto a sus valores reales.

Además, el análisis del multiplicador por regiones, tiene el defecto de ser demasiado general, ya que cuando se dice América, se está considerando por igual a países como USA, Guyana o Perú, sin que se pondere correctamente el flujo turístico en cada uno. Sin embargo, se sabe que del turismo receptivo total en América, el 75% es con destino a USA y Canadá, por lo que pareciera que una relación entre Europa y América tendría que ser mucho más afinada.

Teniendo presente estos aspectos, los resultados obtenidos y analizados son meros indicadores de las relaciones comerciales entre países, por lo cual, sólo serán un dato más a tener en cuenta para la toma de decisiones.

9. Bibliografía

- ◆ ANUARIO DE ESTADÍSTICAS DEL TURISMO Vol.II 50 Ed. Organización Mundial del Turismo. España,.1998.
- ◆ BALL,R. - IBAÑEZ J. "Las Relaciones Comerciales Internacionales y sus Efectos en la Renta". Anuario 2000 Facultad de Ciencias Económicas – UNPSJB,. 2001.
- ◆ BARTEJE, R. "Balanza Comercial Turística" Colección Tesis, Librerías Turísticas. Argentina,.1995.
- ◆ BAAIJENS, S.R. - NIJKAMP, P. "Explanatory Meta-Analysis of Tourist Income Multipliers: An application of comparative research to island economies". Tinbergen Institute. USA,. 1997
- ◆ Conferencia Mundial "Enzo Paci" sobre la Evaluación Económica del Turismo. OMT.Francia.1999
- ◆ CHIANG, A. "Métodos Fundamentales de Economía Matemática" .Mc-GRAW HILL- 3º EDICION. España,. 1987.
- ◆ CHIPMAN, J.S. "Proffessor GOODWIN's Matrix Multiplier". Economic Journal N° 60 Pags. 753-763. USA,. 1960
- ◆ CHIPMAN, J.S. "The Multi-Sector Multiplier". Econométrica N° 18 pags. 355-374. USA,. 1950.
- ◆ DABUS, C. "Cuentas Satélite del Turismo: Revisión de Fundamentos, Avances y Aspectos Conceptuales y Metodológicos de las CST como Instrumento de Análisis para el Impacto Económico del Turismo". Versión no publicada. FCE-UNPSJB. Argentina, 2001.
- ◆ FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS UNPSJB. "Chubut Turismo, Habitat y Cultura". FCE-UNPSJB. Argentina,.1996.
- ◆ FIGUEROLA PALOMO, M. "Manual de Economía Turística" (Manual para el estudio de la economía turística en el ámbito macroeconómico). Organización Mundial del Turismo. España,. 1992.

- ◆ GARCIA SILVIA. "Estática Comparada. Aplicación a modelos Macroeconómicos". Anuario F.C.E.-UNPSJB. 1999
- ◆ GOLDBERG, SAMUEL "Introducción a las Ecuaciones en Diferencias Finitas". MARCOMBO S.A. España. 1964.
- ◆ MALASPINA, Uldarico J. "Matemáticas para el análisis económico". Pontificia Universidad Católica del Perú. Fondo Editorial. 1994.
- ◆ METZLER, L.A. "A Multiple Region Theory of Income Trade". Econometrica Nº 18 pags. 329-354. USA. 1950.
- ◆ NIKAIDO, H. "Métodos Matemáticos del Análisis Económico Moderno". VICENS Universidad. España. 1978
- ◆ Página Web de la World Travel & Tourism Council. Website: www.wttc.org
- ◆ RABHAY, WILSON A. "Modelo de Predicción en Turismo: un Proyecto Experimental en Brasil". Universidad de San Pablo. Brasil
- ◆ TAKAYAMA Akira "Mathematical Economics". THE DRYDEN PRESS. USA. 1974

Anexo I

Existencia de $(Id - Z)^{-1}$

$Z = (z_{ij})$ tal que $0 < z_{ij} < 1 \quad \forall i ; \forall j$ (i) y además:

$\sum_{i=0}^n z_{ij} < 1$ (ii) por ser la propensión marginal al consumo total en turismo del país j

Como se cumplen para Z , (i) e (ii), Entonces existe $(Id - Z)^{-1}$

Veamos que es cierto:

$$\begin{aligned} \text{Llamamos } B_k &= (Id - Z)(I + Z + Z^2 + \dots + Z^k) = \\ &= Id - Z^{k+1} \end{aligned} \quad \text{(iii)}$$

$$\text{Si } \lim_{k \rightarrow \infty} B_k = I \quad \Rightarrow \quad \lim_{k \rightarrow \infty} Z^{k+1} = 0$$

Debemos probar que:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} Z^k = 0$$

Por (i) e (ii), existe un escalar r tal que:

$$0 < \sum_{i=1}^n z_{ij} \leq r < 1 \quad \forall j \quad \text{(iv)}$$

Consideremos cualquier elemento de $Z^2 = ((z_{ij})_2)$

$$\begin{aligned} (z_{ij})_2 &= \sum_{h=1}^n z_{ih} \cdot z_{hj} \Rightarrow \sum_{i=1}^n (z_{ij})_2 = \sum_{i=1}^n \sum_{h=1}^n z_{ih} \cdot z_{hj} = \\ &= \sum_{h=1}^n z_{hj} \cdot \sum_{i=1}^n z_{ih} \stackrel{(iv)}{\leq} \sum_{h=1}^n z_{hj} \cdot r = r \cdot \sum_{h=1}^n z_{hj} \stackrel{(iv)}{\leq} \\ &\leq r \cdot r = r^2 \quad \text{con } r < 1 \end{aligned}$$

Probamos que:

$$(z_{ij})_2 \leq r^2 \quad \forall i \quad \forall j$$

Continuando de la misma manera, encontramos que para cualquier elemento de Z^k , es decir:

$$(z_{ij})_k \leq r^2 < 1$$

Luego:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} Z^k = \lim_{k \rightarrow \infty} ((z_{ij})_k) \leq \lim_{k \rightarrow \infty} (r^k) = 0 \quad \text{pues } r < 1$$

Entonces : como $\lim_{k \rightarrow \infty} Z^k = 0$, se cumple que existe la inversa de $(Id - Z)$ y :

$$(Id - Z)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} Z^k$$

Anexo II

| Proporción viajeros intercontinentales - 1997 | | | | | | |
|---|---------|---------|---------|-----------------|---------------|-------------|
| | África | América | Europa | Asia y Pacífico | Oriente Medio | Sur de Asia |
| África | 0,49175 | 0,03935 | 0,39942 | 0,02654 | 0,03820 | 0,00473 |
| América | 0,00255 | 0,74290 | 0,16517 | 0,08519 | 0,00174 | 0,00245 |
| Europa | 0,01108 | 0,07127 | 0,86604 | 0,04172 | 0,00598 | 0,00391 |
| Asia y Pacífico | 0,00449 | 0,07006 | 0,11633 | 0,78991 | 0,00327 | 0,01593 |
| Oriente Medio | 0,08920 | 0,05263 | 0,30993 | 0,08264 | 0,39937 | 0,06623 |
| Sur de Asia | 0,02619 | 0,10285 | 0,43177 | 0,14319 | 0,04746 | 0,24855 |

Fuente: Yearbook of tourism statistics (1997) - World Tourism Organization (WTO)

| | C | X | M | I | PBI |
|-----------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|
| África | 22494,7 | 19487,9 | 16593,2 | 7873,4 | 33262,8 |
| América | 1200045,9 | 313050,1 | 298233,1 | 285026,7 | 1499889,6 |
| Europa | 922804,2 | 508473,2 | 462980,8 | 202686,3 | 1170982,9 |
| Asia y Pacífico | 537277,5 | 188284,1 | 194353,3 | 139382,2 | 670590,5 |
| Oriente Medio | 23702,2 | 23579,7 | 14673,3 | 8009,7 | 40618,3 |
| Sur de Asia | 47295,4 | 10624,7 | 10508,2 | 11429,4 | 58841,3 |
| WORLD | 2753619,9 | 1063499,7 | 997341,9 | 654407,7 | 3474185,4 |

Fuente: Travel & tourism satellite accounting (2001) - World Travel and Tourism Council (WTTC)

| Matriz de importaciones/exportaciones de turismo | | | | | | |
|--|-----------|-------------|------------|-----------------|---------------|-------------|
| | África | América | Europa | Asia y Pacífico | Oriente Medio | Sur de Asia |
| África | 15484,644 | 766,921 | 7783,915 | 517,278 | 744,431 | 92,210 |
| América | 799,413 | 1134378,007 | 51706,028 | 26668,415 | 543,601 | 767,436 |
| Europa | 5634,970 | 36240,593 | 900179,753 | 21214,006 | 3038,464 | 1988,813 |
| Asia y Pacífico | 846,134 | 13192,002 | 21903,339 | 491651,524 | 615,370 | 2999,931 |
| Oriente Medio | 2103,405 | 1241,037 | 7308,021 | 1948,621 | 18445,854 | 1561,661 |
| Sur de Asia | 278,251 | 1092,747 | 4587,406 | 1521,317 | 504,263 | 39427,917 |

Fuente: Elaboración propia en base a WTO and WTTC

| Matriz Z de propensiones marginales al gasto en turismo | | | | | | |
|---|---------|---------|---------|-----------------|---------------|-------------|
| | África | América | Europa | Asia y Pacífico | Oriente Medio | Sur de Asia |
| África | 0,46552 | 0,00051 | 0,00665 | 0,00077 | 0,01833 | 0,00157 |
| América | 0,02403 | 0,75631 | 0,04416 | 0,03977 | 0,01338 | 0,01304 |
| Europa | 0,16941 | 0,02416 | 0,76874 | 0,03163 | 0,07481 | 0,03380 |
| Asia y Pacífico | 0,02544 | 0,00880 | 0,01871 | 0,73316 | 0,01515 | 0,05098 |
| Oriente Medio | 0,06324 | 0,00083 | 0,00624 | 0,00291 | 0,45413 | 0,02654 |
| Sur de Asia | 0,00837 | 0,00073 | 0,00392 | 0,00227 | 0,01241 | 0,67007 |

Fuente: Elaboración propia en base a WTO and WTTC

| Matriz H (inversa de (-Z)) | | | | | | |
|----------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------------|---------------|-------------|
| | África | América | Europa | Asia y Pacífico | Oriente Medio | Sur de Asia |
| África | 1,9003600 | 0,0108306 | 0,0603314 | 0,0152552 | 0,0733135 | 0,0239059 |
| América | 0,5480670 | 4,2225700 | 0,8963890 | 0,7435510 | 0,2744430 | 0,3982980 |
| Europa | 1,5866900 | 0,4807700 | 4,5427600 | 0,6280640 | 0,7197760 | 0,6468870 |
| Asia y Pacífico | 0,3396540 | 0,1781160 | 0,3694830 | 3,8264800 | 0,1874490 | 0,6528460 |
| Oriente Medio | 0,2448230 | 0,0149528 | 0,0652899 | 0,0322765 | 1,8540600 | 0,1625750 |
| Sur de Asia | 0,0798206 | 0,0171176 | 0,0624858 | 0,0370355 | 0,0820475 | 3,0507200 |

Fuente: Elaboración propia en base a WTO and WTTC