# ANALISIS DE SENSIBILIDAD EN MODELOS DE EQUILIBRIO GENERAL COMPUTABLE – EL MÉTODO DE LA CUADRATURA GAUSSIANA

Julio Fabris

Centro de Investigaciones Económicas FCE – UBA

jfabris88@yahoo.com.ar

Palabras Clave : Análisis de sensibilidad – Modelos de Equilibrio General Computable - Técnicas de Monte Carlo – Cuadratura Gaussiana

## Resumen

En el ámbito de la investigación económica aplicada se ha popularizado la utilización de modelos de Equilibrio General Computable (EGC) para comparar el impacto de las políticas públicas y de los choques (shocks) exógenos sobre los precios relativos, el producto, el empleo en los distintos sectores, el ingreso y el consumo de los hogares.

Para la calibración de los modelos, en algunos casos se requiere información adicional sobre elasticidades de sustitución, que deben ser provistas por el analista. Esta necesidad de contar con estimaciones exógenas de elasticidades como parámetros para las funciones de comportamiento es un punto débil de la calibración de los modelos EGC, tanto por la frecuente escasez de estimaciones sectoriales para la economía bajo estudio como por la fuerte discrepancia de las estimaciones econométricas disponibles cuando estas existen. Este problema ha sido reconocido por los practicantes desde los comienzos de la especialidad.

Es por eso que surge la necesidad de realizar análisis de sensibilidad respecto de estos parámetros proporcionados, es decir una cuantificación de la variación de los resultados del modelo en función de una variación de los valores de los parámetros en un rango determinado.

Una forma sencilla, aunque no generalmente utilizada, de realizar el análisis es determinar subjetivamente o mediante asesoramiento experto, los valores máximos y mínimos que adoptarían los parámetros bajo ciertos supuestos pertinentes. Llamaremos a este enfoque “determinístico”.

En este caso pueden calcularse los valores máximos y mínimos que adoptarán las variables de interés en el caso de que los parámetros tomen sus valores extremos. Sin embargo esta propuesta es poco atractiva debido a la escasa probabilidad de ocurrencia de dichos valores extremos. Podrían considerarse los valores obtenidos con esta metodología como cotas que determinan un intervalo máximo para los valores a determinar mediante una metodología más adecuada.

Otra de las formas usuales de realizar este análisis consiste en suponer distribuciones continuas de probabilidad para la variación de los parámetros (en general uniformes o triangulares, para que la variación sea acotada) y realizar un experimento de Montecarlo, realizando extracciones de la distribución multivariada resultante. Esto puede hacerse, ya sea suponiendo independencia en la variación de cada uno de los parámetros o considerando la existencia de una covariación de los mismos.

Sin embargo, esta metodología choca con la muy mentada “maldición de la dimensionalidad” que resulta difícil de superar para el caso de los modelos con una gran cantidad de parámetros a considerar en el análisis. Este enfoque lo denominaremos “Montecarlo”

Una alternativa a esta metodología consiste en proponer una discretización de la distribución

continua de probabilidad de los parámetros para, de esta forma, reducir el número de valores posibles de los mismos y así reducir la cantidad de iteraciones en la resolución del modelo.

Usualmente los investigadores dividen el dominio de la función en intervalos de igual probabilidad y asignan la probabilidad asociada de cada subintervalo a un punto situado en la media o en la mediana del mismo. El problema con este procedimiento usual de discretización es que sólo preserva el primer momento de la distribución considerada en su conjunto, pero en general subestima el valor de los momentos pares de orden superior y, en el caso de un soporte de la distribución con valores positivos, también el de los momentos superiores impares. A este enfoque lo denominaremos “discretización clásica”

En esta ponencia, siguiendo trabajos publicados por varios autores, se propone una discretización basada en la Cuadratura Gaussiana que preserva los momentos hasta un cierto orden que depende de la cantidad de puntos utilizada y que permite una mejor aproximación a los momentos de la función que representa al modelo de interés. Llamaremos a este enfoque “cuadratura gaussiana”.

Para mostrar la influencia de dicha discretización alternativa utilizando Cuadraturas Gaussianas, se desarrolla finalmente un análisis de sensibilidad a la variación de los parámetros de un modelo económico de Equilibrio General Computable sencillo, y se muestra cómo la discretización usual subestima la variación de los resultados. La comparación se realiza contra un análisis de sensibilidad realizado mediante una simulación del tipo de Montecarlo, que es una solución más exacta, pero que justamente se pretende evitar debido a la ya mencionada “maldición de la dimensionalidad”.

## I _ INTRODUCCIÓN

En el ámbito de la investigación económica aplicada se ha popularizado la utilización de modelos de Equilibrio General Computable (EGC) para comparar el impacto de las políticas públicas y de los choques (shocks) exógenos sobre los precios relativos, el producto, el empleo en los distintos sectores, el ingreso y el consumo de los hogares.

Para la calibración de los modelos, en algunos casos se requiere información adicional sobre elasticidades de sustitución, que deben ser provistas por el analista. Esta necesidad de contar con estimaciones exógenas de elasticidades como parámetros para las funciones de comportamiento es un punto débil de la calibración de los modelos EGC, tanto por la frecuente escasez de estimaciones sectoriales para la economía bajo estudio como por la fuerte discrepancia de las estimaciones econométricas disponibles cuando estas existen. Este problema ha sido reconocido por los practicantes desde los comienzos de la especialidad.

Es por eso que surge la necesidad de realizar análisis de sensibilidad respecto de estos parámetros proporcionados, es decir una cuantificación de la variación de los resultados del modelo en función de una variación de los valores de los parámetros en un rango determinado.

Una forma sencilla, aunque no generalmente utilizada, de realizar el análisis es determinar subjetivamente o mediante asesoramiento experto, los valores máximos y mínimos que adoptarían los parámetros bajo ciertos supuestos pertinentes. Llamaremos a este enfoque “determinístico”.

En este caso pueden calcularse los valores máximos y mínimos que adoptarán las variables de interés en el caso de que los parámetros tomen sus valores extremos. Sin embargo esta propuesta es poco atractiva debido a la escasa probabilidad de ocurrencia de dichos valores extremos. Podrían considerarse los valores obtenidos con esta metodología como cotas que

determinan un intervalo máximo para los valores a determinar mediante una metodología más adecuada.

Otra de las formas usuales de realizar este análisis consiste en suponer distribuciones continuas de probabilidad para la variación de los parámetros (en general uniformes o triangulares, para que la variación sea acotada) y realizar un experimento de Montecarlo, realizando extracciones de la distribución multivariada resultante. Esto puede hacerse, ya sea suponiendo independencia en la variación de cada uno de los parámetros o considerando la existencia de una covariación de los mismos.

Sin embargo, esta metodología choca con la muy mentada "maldición de la dimensionalidad" que resulta difícil de superar para el caso de los modelos con una gran cantidad de parámetros a considerar en el análisis. Este enfoque lo denominaremos "Montecarlo"

Una alternativa a esta metodología consiste en proponer una discretización de la distribución continua de probabilidad de los parámetros para, de esta forma, reducir el número de valores posibles de los mismos y así reducir la cantidad de iteraciones en la resolución del modelo.

Usualmente los investigadores dividen el dominio de la función en intervalos de igual probabilidad y asignan la probabilidad asociada de cada subintervalo a un punto situado en la media o en la mediana del mismo. El problema con este procedimiento usual de discretización es que sólo preserva el primer momento de la distribución considerada en su conjunto, pero en general subestima el valor de los momentos pares de orden superior y, en el caso de un soporte de la distribución con valores positivos, también el de los momentos superiores impares. A este enfoque lo denominaremos "discretización clásica"

En esta ponencia, siguiendo trabajos publicados por varios autores, se propone una discretización basada en la Cuadratura Gaussiana que preserva los momentos hasta un cierto orden que depende de la cantidad de puntos utilizada y que permite una mejor aproximación a los momentos de la función que representa al modelo de interés. Llamaremos a este enfoque "cuadratura gaussiana".

Para mostrar la influencia de dicha discretización alternativa utilizando Cuadraturas Gaussianas, se desarrolla finalmente un análisis de sensibilidad a la variación de los parámetros de un modelo económico de Equilibrio General Computable sencillo, y se muestra cómo la discretización usual subestima la variación de los resultados. La comparación se realiza contra un análisis de sensibilidad realizado mediante una simulación del tipo de Montecarlo, que es una solución más exacta, pero que justamente se pretende evitar debido a la ya mencionada "maldición de la dimensionalidad".

## II _ EL MODELO DE EQUILIBRIO GENERAL COMPUTABLE (EGC)

Para concentrarnos en el problema que nos ocupa, que es el análisis de sensibilidad, hemos decidido trabajar sobre un modelo conocido que nos exima de ocuparnos exhaustivamente del mismo. Es así que trabajaremos sobre el conocido modelo 1-2-3 popularizado por Devarajan y otros (1997) que además tiene la ventaja de haber sido implementado en el software Excel, de amplia difusión.

El modelo se denomina 1-2-3 porque modeliza en un único modelo dos sectores productivos y tres bienes. Los dos sectores productivos son los productores de un bien exportable, que no se consume en el país (E), y de un bien de consumo interno (D). Este último bien puede ser reemplazado por un bien de consumo importado (M). La sustituibilidad en el consumo

del bien doméstico por el bien importado depende de los precios de ambos y está dada por la función ARMG que es del tipo CES o sea de elasticidad de sustitución constante (es la llamada especificación Armington [1] ). En el modelo hay un solo individuo consumidor y productor que recibe todo el ingreso. La ecuación CETEQ, que es una ecuación CET o de elasticidad de transformación constante define la frontera de posibilidades de producción indicando las combinaciones máximas de productos E y D que la economía puede producir (se supone pleno empleo de los factores productivos). La selección del perfil productivo, es decir la combinación de productos E y D, se realiza en función del precio del bien doméstico y el precio del bien exportable incidiendo sobre este último el tipo de cambio y los impuestos a las exportaciones. Rige el supuesto de economía pequeña, por lo que el país es tomador de precios en el mercado mundial, tanto para la exportación como para la importación. En el cuadro 1 se consignan las ecuaciones del modelo

| **Flujos Reales** | |
|---|---|
| CET transformación (CETEQ) | =at*(bt*E^(rt)+(1-bt)*Ds^(rt))^(1/rt) |
| Oferta de bienes (ARMG) | =aq*(bq*M^(-rq)+(1-bq)*Dd^(-rq))^(-1/rq) |
| Demanda doméstica (DEM) | =Cn+Z+G |
| E/D Ratio (EDRAT) | =( (Pe/Pd)/(bt/(1-bt)) )^(1/(rt-1)) |
| M/D Ratio (MDRAT) | =( (Pd/Pm)*(bq/(1-bq)) )^(1/(1+rq)) |
| **Flujos Nominales** | |
| Ecuación de ingresos (TAXEQ) | = tm*wm*Er*M + te*Pe*E + ts*Pq*Qd + ty*Y |
| Ecuación de ingresos totales (INC) | = Px*X+ tr*Pq + re*Er |
| Ecuación de ahorros (SAV) | =sy*Y+Er*B+Sg |
| Funcion de Consumo (CONS) | =Y*(1-ty-sy)/Pt |
| **Precios** | |
| Ecuación de precio de importación (PMEQ) | =Er*wm*(1+tm) |
| Ecuación de precio de exportación (PEEQ) | =Er*we/(1+te) |
| Ecuación de precio de ventas (PTEQ) | =Pq*(1+ts) |
| Ecuación del precio del output (PXEQ) | =(Pe*E+Pd*Ds)/X |
| Ecuación de precio de la oferta (PQEQ) | =(Pm*M+Pd*Dd)/Qs |
| Numerario (REQ) | =1 |
| **Condiciones de Equilibrio** | |
| Mercado de bienes domésticos (DEQ) | =Dd - Ds |
| Mercado de bienes compuestos (QEQ) | =Qd -Qs |
| Balance de cuenta corriente (CABAL) | =wm*M - we*E -ft - re |
| Presupuesto gubernamental (GBUD) | = Tax - G*Pt - tr*Pq + ft*Er |

**Cuadro 1 _ Ecuaciones del modelo 1-2-3**

Las dos funciones mencionadas (CETEQ y ARMG) serán las que atraigan nuestra atención ya que para calibrar el modelo será necesario proveer valores exógenos para las mismas.

En los modelos CGE la calibración se basa esencialmente en asumir que los valores disponibles de las variables económicas para el año base, son el resultado de un proceso de optimizacion de la utilidad del consumo, los beneficios de la producción, etc. Para el caso de los factores de participación (proporciones de costos, participaciones de gasto, tasas de ahorro y tasas impositivas) estos surgen directamente de los datos. Para el caso de las ecuaciones de comportamiento, en el caso de que las mismas sean del tipo Leontieff ó Cobb-Douglas, los datos de precios y cantidades disponibles permiten calcular fácilmente los parámetros de las mismas, por lo que podría decirse que los mismos se determinan en forma endógena, pero en el caso de las funciones CET y CES, sin embargo, estos datos no son suficientes, por lo que debe proveerse en forma exógena el valor de la elasticidad de

[1] Ver Armington 1969

sustitución.

Prosiguiendo con el modelo 1-2-3, los autores mencionados lo calibran para la economía de Sri Lanka, con datos del año 1991. Adicionalmente los autores normalizan los valores monetarios considerando como la unidad el PBI a costo de factores.

En nuestro caso, trabajaremos el mismo modelo pero con los datos corrientes de la economía argentina para el año 2008. En el cuadro 2, mas abajo, se consignan los datos base con los que se calibra el modelo, mientras que en el cuadro 3 se consignan los parámetros y variables del mismo

.

| Tabla 6.6 Datos del Modelo 1-2-3 | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Datos - Argentina 2008** | | | | | | |
| | | Millones $ | Output=1 | | | Millones $ | Output=1 |
| 1 | **Cuentas Nacionales** | | | 3 | **Cuentas Fiscales** | | |
| | Output (valor agregado) | 944.777 | 1,00 | | **Ingresos** | 229.395 | 0,24 |
| | Salarios | 510.180 | 0,54 | | Sin impuesto | 71.788 | 0,08 |
| | | | | | **Gastos Corrientes** | 192.171 | 0,20 |
| | GDP a precio de mercado | 1.038.188 | 1,10 | | Bienes y servicios | 139.336 | 0,15 |
| | Consumo privado | 598.839 | 0,63 | | Pagos de intereses | 21.811 | 0,02 |
| | Consumo público | 139.336 | 0,15 | | Transferencias y subsidios | 31.024 | 0,03 |
| | Inversión | 259.203 | 0,27 | | **Gastos de Capital** | 27.557 | 0,03 |
| | Exportación | 251.367 | 0,27 | | **Balance Fiscal** | 9.667 | 0,01 |
| | Importación | 210.557 | 0,22 | | | | |
| | | | | | | | |
| 2 | **Ingresos Tributarios** | | | 4 | **Balanza de Pagos** | | |
| | Impuesto al Valor Agregado | 84.423 | 0,09 | | Exportaciones - Importaciones | 40.810 | 0,04 |
| | Derechos de Importación | 8.988 | 0,01 | | beneficios neto y dividendos | -20.902 | -0,02 |
| | Derechos de Exportación | 35.195 | 0,04 | | Pagos de intereses | -4.803 | -0,01 |
| | Impuestos a la Nómina de Trabajadores | 0 | 0,00 | | Transferencias privadas netas del exterior | -1.547 | 0,00 |
| | Impuesto a las Ganancias | 28.073 | 0,03 | | Transferencias publicas netas del exterior | 2.129 | 0,00 |
| | Recursos de Capital | 928 | 0,00 | | Balance de cuenta corriente | 15.686 | 0,02 |
| | **Total** | 157.607 | 0,17 | | | | |
| | | | | | Deuda Externa | 0 | 0,00 |
| | | | | | Pagos de servicio de la deuda externa | 21.811 | 0,02 |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |

**Cuadro 2 _ Tabla 6.6 de Devarajan y otros (1997) con datos de Argentina 2008**

El resultado de la calibración asigna valores a las llamadas variables exógenas y endógenas para el año base (columnas D y G de la tabla 6.4), mientras que para la asignación de valores en la columna B de dicha tabla, se requiere proporcionar valores para la elasticidad de sustitución de las funciones CES y CET. Es de destacar que para obtener los valores de las variables tanto exógenas como endógenas del año base no se requiere de estas elasticidades de sustitución, sino que las mismas se requieren cuando se simula un choque y se busca encontrar la respuesta del modelo al mismo.

En el trabajo citado, uno de los choques que se simulan es una reducción de las tarifas de importación, que según la calibración se ubicaban en un nivel del 13 %.

En nuestro caso el shock a analizar será una baja en los precios internacionales de los bienes exportables del 21 %. Se intenta con este shock analizar el impacto sobre el ingreso de la baja del precio de los commodities ocasionada por la crisis que comenzó en 2008.

**Tabla 6.4 Lista de parámetros y variables del Modelo 1-2-3**

| Parámetros | | Variables Exógenas | Año base | Año Corriente | Variables Endógenas | Año base | Año Corriente | Corr/base |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | |
| Elasticidad para Cet (st) | 4,16 | Precio mundial de las importaciones (wm) | 0,96 | 0,96 | Bienes de expotación (E) | 0,2661 | 0,2176 | 0,82 |
| Elasticidad para Ces/Q (sq) | 4,16 | Precio mundial de las exportaciones (we) | 1,14 | 0,90 | Bienes de importacion (M) | 0,2324 | 0,1203 | 0,52 |
| | | | | | Oferta de bienes domesticos (Ds) | 0,7339 | 0,7809 | 1,06 |
| Escala para Cet (at) | 2,06 | Tarifas de importacion (tm) | 0,04 | 0,04 | Demanda de bienes domesticos (Dd) | 0,7339 | 0,7809 | 1,06 |
| Share para Cet (bt) | 0,56 | Derechos de exportacion (te) | 0,14 | 0,14 | Oferta de bienes compuestos (Qs) | 0,9663 | 0,8933 | 0,92 |
| Ro para Cet (rt) | 1,24 | Impuestos indirectos (ts) | 0,09 | 0,09 | Demanda de bienes compuestos (Qd) | 0,9663 | 0,8933 | 0,92 |
| | | Impuestos directos (ty) | 0,03 | 0,03 | | | | |
| Escala para Ces/Q (aq) | 1,93 | | | | Impuestos sobre los ingresos (TAX) | 0,1668 | 0,1261 | 0,76 |
| Acción para Ces/Q (bq) | 0,43 | Tasas de ahorro (sy) | 0,30 | 0,30 | **Ingresos totales (Y)** | 0,9511 | **0,7823** | 0,82 |
| Ro para Ces/Q (rq) | -0,76 | Consumo del gobierno (G) | 0,13 | 0,13 | Ahorro agregado (S) | 0,2744 | 0,1904 | 0,69 |
| | | Transferencias del gobierno (tr) | -0,02 | -0,02 | Consumo (Cn) | 0,5802 | 0,5129 | 0,88 |
| | | Donaciones del extranjero (ft) | 0,00 | 0,00 | | | | |
| | | Remesas netas privadas (re) | -0,03 | -0,03 | Precio de importacion (Pm) | 1,0000 | 1,0000 | 1,00 |
| | | Ahorro externo (B) | -0,05 | -0,05 | Precio de exportacion (Pe) | 1,0000 | 0,7895 | 0,79 |
| | | Output (X) | 1,00 | 1,00 | Precio de venta (Pt) | 1,0925 | 1,0166 | 0,93 |
| | | | | | Precio de la oferta (Pq) | 1,0000 | 0,8700 | 0,87 |
| | | | | | Precio del output (Px) | 1,0000 | 0,8286 | 0,83 |
| | | | | | Precio de los bienes domesticos (Pd) | 1,0000 | 0,8410 | 0,84 |
| | | | | | Tipo de cambio (Er) | 1,0000 | 1,0000 | 1,00 |
| | | | | | | | | |
| | | | | | Inversion (Z) | 0,2511 | 0,2454 | 0,98 |
| | | | | | Ahorro del Gobierno (Sg) | 0,0417 | 0,0086 | 0,21 |
| | | | | | Ley de Walras (Z-S) | 0,0000 | 0,0000 | |

**Cuadro 3 _ Tabla 6.4 de Devarajan y otros (1997) con datos de la economía de Argentina 2008**

Los valores de las elasticidades se toman de la base de datos que proporcionan para Argentina los trabajos de Hertel (1997) y Wang (2005) y se valoran ambas en 3. La ambigüedad en el determinación de las mismas hará que analicemos que dicho valor puede variar entre 1.5 y 4.5. Por simplicidad consideraremos que la distribución es uniforme dentro de este rango.

El modelo se resuelve con la macro de optimización SOLVER, que es estándar en el programa [2].

La solución para el choque exógeno planteado puede verse en las columnas "Año corriente" del cuadro 2 y la variación respecto del año base en la columna "Corr/Base". Esta sería la solución determinística del modelo. A los efectos de nuestro estudio nos concentraremos entonces en los valores de las elasticidades de sustitución (st y sq) y en una de las variables del resultado, el ingreso total (Y).

## III _ ANALISIS DE SENSIBILIDAD

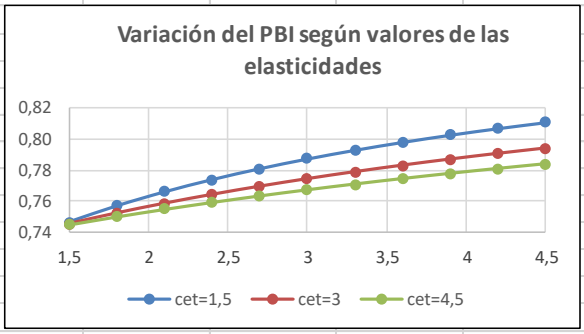
De acuerdo a lo explicado en la introducción, realizaremos el análisis de sensibilidad de acuerdo a los cuatro enfoques, a saber: determinístico, Montecarlo, discretización clásica y cuadratura gaussiana, discutiendo ventajas y limietaciones de cada método.

Como dijimos, para realizar el análisis supondremos que las elasticidades, cuyo valor adoptado fue 3 en ambos casos, pueden variar en el intervalo [1,5 ; 4,5]. Para el caso del enfoque estocástico supondremos que la distribución de probabilidad de las mismas es uniforme en dicho intervalo y que se distribuyen en forma independiente.

### III a _ Enfoque determinístico – Gráficos de sensibilidad y valores extremos

Comenzaremos resolviendo el modelo para distintos valores la elasticidad de la función CET, manteniendo la elasticidad de la función CES fija en el valor 0.6 , obteniendo de esta manera distintos valores para el ingreso total Y, los cuales graficaremos.

| ces | cet=1,5 | cet=3 | cet=4,5 |
|---|---|---|---|
| 1,5 | 0,7466 | 0,7456 | 0,7451 |
| 1,8 | 0,7570 | 0,7524 | 0,7502 |
| 2,1 | 0,7660 | 0,7586 | 0,7549 |
| 2,4 | 0,7740 | 0,7643 | 0,7593 |
| 2,7 | 0,7810 | 0,7695 | 0,7635 |
| 3 | 0,7873 | 0,7744 | 0,7673 |
| 3,3 | 0,7930 | 0,7789 | 0,7710 |
| 3,6 | 0,7981 | 0,7830 | 0,7745 |
| 3,9 | 0,8028 | 0,7869 | 0,7777 |
| 4,2 | 0,8070 | 0,7906 | 0,7808 |
| 4,5 | 0,8109 | 0,7940 | 0,7838 |

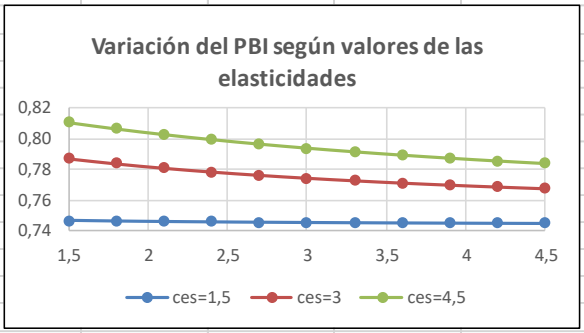



**Cuadro 4 _ Análisis de Sensibilidad Determinístico : Cambio de la Elasticidad de Sustitución CET**

También y separadamente implementamos la variación de la elasticidad de sustitución de la función CES manteniendo fija la de la función CET, obteniendo otro gráfico de sensibilidad.

[2] En el trabajo de Devarajan y otros se explica detalladamente la resolución del modelo con Solver de Excel

| cet | ces=1,5 | ces=3 | ces=4,5 |
|---|---|---|---|
| 1,5 | 0,7466 | 0,7873 | 0,8109 |
| 1,8 | 0,7463 | 0,7839 | 0,8067 |
| 2,1 | 0,7460 | 0,7810 | 0,8030 |
| 2,4 | 0,7459 | 0,7785 | 0,7997 |
| 2,7 | 0,7457 | 0,7763 | 0,7967 |
| 3 | 0,7456 | 0,7744 | 0,7940 |
| 3,3 | 0,7454 | 0,7726 | 0,7916 |
| 3,6 | 0,7453 | 0,7711 | 0,7894 |
| 3,9 | 0,7453 | 0,7697 | 0,7873 |
| 4,2 | 0,7452 | 0,7685 | 0,7855 |
| 4,5 | 0,7451 | 0,7673 | 0,7838 |




**Cuadro 5 _ Análisis de Sensibilidad Determinístico : Cambio de la Elasticidad de Sustitución CES**

Finalmente, aprovechando que la gráfica nos evidencia que las variaciones son monotónicas, encontraremos los valores extremos que podrían producirse, dados los rangos de variación de las elasticidades.

| ces | cet | PBI | PBI Orig. | % Cambio | Rango |
|---|---|---|---|---|---|
| 4,5 | 1,5 | 0,8109 | | -14,7% | |
| 3 | 3 | 0,7744 | 0,9511 | -18,6% | 6,9% |
| 1,5 | 4,5 | 0,7451 | | -21,7% | |

**Cuadro 6 _ Análisis de Sensibilidad Determinístico : Valores medios y extremos del Ingreso**

Con esto se completa el análisis de sensibilidad según el enfoque determinístico, mostrando que la variación del PBI debido al shock de precios calculada con los valores de la elasticidad supuestos, difiere bastante cuando se toma en cuenta la incertidumbre con la que se determinan las elasticidades de sustitución. De hecho la disminución del PBI puede ser del 14 o del 21 % si se toman los valores extremos.

### III b _ Enfoque Montecarlo – Valor esperado e intervalos de confianza

Para el caso del enfoque estocástico, deberemos realizar una simulación de los valores de las elasticidades, a las que hemos supuesto variables aleatorias con distribución independiente y uniforme en el intervalo [1,5 ; 4,5].

Para implementar esta simulación utilizamos 1000 extracciones de valores aleatorios independientes de una distribución uniforme en el rango mencionado. para cada una de las elasticidades de sustitución. Dada la poca calidad del generador de números aleatorios del programa Excel (reportada frecuentemente por los usuarios) , se han realizado las extracciones con el programa R y luego dichos valores se han exportado al Excel

Para realizar la resolución iterativa de los 1000 modelos implementamos una macro (programa de tipo por lotes, característico de las planillas de cálculo) que se indica más abajo.

También puede verse la planilla con los valores simulados de los parámetros y los valores de las soluciones para el ingreso total Y. Las tres últimas celdas son los valores medios, la varianza y el desvío estándar respectivamente, calculados rutinariamente con las fórmulas de Excel. Como puede verse el resultado esperado (0,7737) difiere levemente del resultado obtenido con los valores esperados de los parámetros (0,7744) que puede verse en las planillas del análisis determinístico. Esto se debe a la no linealidad del modelo ya solo en los modelos lineales puede garantizarse que el resultado de la función utilizando los valores

esperados de los parámetros coincida con el valor esperado de la función utilizando extracciones de la distribución de probabilidad de los parámetros. Esto suele especificarse como E[ f(x) ] ≠ f( E[x] ) o sea que la esperanza de una función no es igual a la función de la esperanza de la variable independiente

```
Sub Macro1()
'
' Macro1 Macro
' Macro grabada el 26/07/2012 por Julio Fabris
'
' Acceso directo: CTRL+a
'
    Sheets("Resultados").Select
For i = 2 To 1002
    Range("A1").Select
    ActiveCell.Offset(i, 0).Range("A1:B1").Select
    Selection.Copy
    Sheets("1-2-3 Model").Select
    Range("B6").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone, SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=True
    SolverAceptar definirCelda:="$H$16", valorMáxMin:=1, valorDe:="0", _
        celdasCambiantes:= _
        "$H$6,$H$7,$H$8,$H$9,$H$10,$H$11,$H$13,$H$14,$H$15,$H$16,$H$18,$H$19,$H$20,$H$21,$H$22,$H$23,$H$27,$H$24"
        SolverOptions Precision:=0.0001, Convergence:=0.0001
    SolverResolver resultadoDeseado:=True
    Range("H6:H28").Select
    Selection.Copy
    Sheets("Resultados").Select
    Range("D1").Select
    ActiveCell.Offset(i, 0).Range("A1").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone, SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=True
Next

End Sub
```

**Cuadro 7 _ Macro del programa Excel para la resolución reiterada (1000 repeticiones)**

.

| | A | B | L |
|---|---|---|---|
| 2 | CET | CES | PBI |
| 3 | 4,008252 | 2,869483 | 0,7675 |
| 4 | 4,456694 | 1,895375 | 0,7518 |
| 5 | 2,973566 | 3,682490 | 0,7843 |
| 997 | 2,015065 | 4,076225 | 0,7986 |
| 998 | 4,106731 | 2,776976 | 0,7658 |
| 999 | 2,984444 | 4,152510 | 0,7902 |
| 1000 | 2,388727 | 4,296473 | 0,7974 |
| 1001 | 3,434349 | 3,197951 | 0,7747 |
| 1002 | 3,178314 | 2,987651 | 0,7731 |
| 1003 | | | |
| 1004 | Valor medio | | 0,7737 |
| 1005 | Varianza | | 0,00023 |
| 1006 | Desvío Estándar | | 0,01522 |

**Cuadro 8 _ Analisis de Sensibilidad Estocástico : Valor esperado de los Ingresos**

Para obtener un intervalo de confianza al 90 % utilizamos otra de las funciones del programa Excel. Con “Herramientas / Análisis de Datos / Jerarquia y Percentil” obtenemos los valores

que limitan el intervalo en el que se encuentra el 90 % de los datos.

| Percentil | PBI | PBI Original | % Cambio | Rango |
|---|---|---|---|---|
| 0,95 | 0,7983 | | -16,1% | |
| 0,50 | 0,7737 | 0,9511 | -18,6% | 5,2% |
| 0,05 | 0,7486 | | -21,3% | |

**Cuadro 9 _ Analisis de Sensibilidad Estocástico : Intervalos de Confianza**

Fijarse que el rango de variación debido a la incertidumbre en el valor de las elasticidades ha disminuido de 6,9 % a 5,2 % al considerarse un intervalo de confianza realista.

### III c _ Enfoque de discretización de las distribuciones

La utilización de distribuciones de probabilidad continua a los efectos, por ejemplo, de realizar un análisis de sensibilidad de los resultados de un modelo matemático a la variación de los valores de los parámetros, enfrenta el problema de la "maldición de la dimensionalidad" que hace que la realización de simulaciones del tipo Montecarlo requieran de una gran cantidad de valores evaluados del modelo. Por lo dicho, es de uso común la representación de dichas distribuciones de probabilidad continuas mediante una distribución discreta que las represente.

Usualmente los investigadores dividen el dominio de la función en intervalos de igual probabilidad y asignan la probabilidad asociada de cada subintervalo a un punto situado en la media o en la mediana de la subdistribución.

En la figura 1 se muestra el procedimiento para un caso en que el soporte de la distribución se divide en 4 subintervalos equiprobables. El rango de la función de probabilidad acumulada *F(x)*, o sea el intervalo [0 , 1] , se ha dividido en 4 segmentos iguales, dando lugar a subintervalos equiprobables R1 a R4. Cada uno de los mismos concentra su probabilidad en su valor medio ($x_1$ a $x_4$)

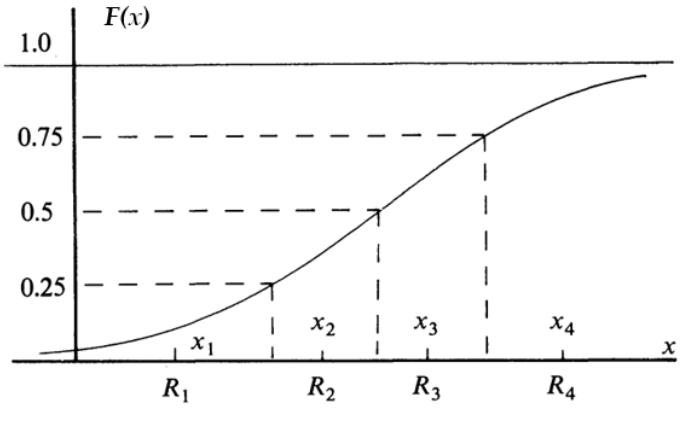



Figura 1 – División del soporte en subintervalos equiprobables

Este procedimiento, si bien preserva la media de la distribución original, subestima el valor de los momentos (no centrados) pares de orden superior y, en el caso de un soporte de la distribución con valores positivos, también el de los momentos superiores (no centrados)

impares. Para demostrarlo consideremos el caso del ejemplo, en el cual $f(x)$ es la función de densidad de probabilidad de la distribución. La probabilidad de cada subintervalo será:

$$p_i = \int_{R_i} f(x)\,dx \qquad \text{para i = 1 a 4}$$

Y para que la discretización preserve el primer momento no centrado deberá cumplirse

$$E_{R_i}[x] = \int_{R_i} x \cdot f(x)\,dx = x_i \cdot p_i \qquad \text{para i = 1 a 4}$$

De lo que resulta que

$$x_i = \int_{R_i} x \cdot \frac{f(x)}{p_i}\,dx \qquad \text{para i = 1 a 4}$$

Consideremos ahora una función $g(x)$ definida sobre el soporte de la distribución (la variable $x$ )

$$E[g(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \cdot f(x)\,dx = \sum_{i=1}^{4} \int_{R_i} g(x) \cdot f(x)\,dx = \sum_{i=1}^{4} p_i \cdot \int_{R_i} g(x) \cdot \frac{f(x)}{p_i}\,dx$$

Si $g(x)$ es una función convexa se cumplirá que

$$E[g(x)] > g\left(E[x]\right)$$

Resultado conocido como “Desigualdad de Jensen” y que se muestra en forma intuitiva en la Figura 2

Y por lo tanto, dado que $p_i$ es una constante para cada subintervalo $R_i$

$$\int_{R_i} g(x) \cdot \frac{f(x)}{p_i}\,dx \;>\; g\left(\int_{R_i} x \cdot \frac{f(x)}{p_i}\,dx\right) = g(x_i)$$

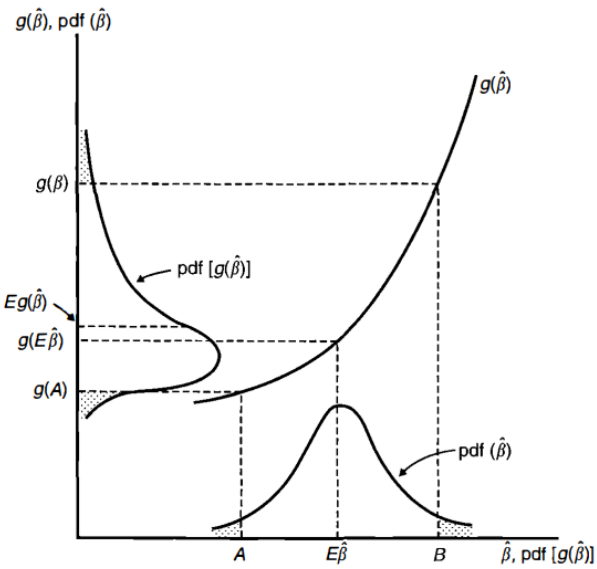



**Figura 2 – Kennedy (2008)**

Combinando esta desigualdad con la ecuación de $E[g(x)]$ antes consignada

$$E[g(x)] = \sum_{i=1}^{4} p_i \cdot \int_{R_i} g(x) \cdot \frac{f(x)}{p_i}\, dx \;>\; \sum_{i=1}^{4} p_i \cdot g\left( \int_{R_i} x \cdot \frac{f(x)}{p_i}\, dx \right) = \sum_{i=1}^{4} p_i \cdot g(x_i)$$

Como además $x^n$ es una función convexa para cualquier valor de $x$ cuando *n* es par y positivo, se sigue que la discretización usual subestima los momentos (no centrados) pares de la distribución original.

Para el caso de *n* impar, $x^n$ es una función convexa para los valores de $x$ positivos y cóncava para los valores de $x$ negativos, por lo que no puede saberse si se produce una subestimación o sobreestimación de los momentos (no centrados) para el caso en que el soporte de la distribución incluya al 0.

Para el caso de los momentos centrados, como además $(x-a)^n$ es también una función convexa para cualquier valor de $a$ cuando *n* es par y positivo, la discretización usual también subestima los momentos centrados pares de la distribución original. En particular para *n* = 2

$$E[(x-\overline{x})^2] \;>\; \sum_{i=1}^{4} p_i \cdot (x_i - \overline{x})^2$$

Este caso es particularmente importante para el análisis de sensibilidad debido a que los intervalos de confianza de los resultados del modelo se calculan mediante la utilización de la desigualdad de Chebyshev, porque no se conoce la distribución de dicho resultado.

Para el caso de *n* impar, $(x-a)^n$ es una función convexa para los valores de $(x-a)$ positivos y cóncava para los valores de $(x-a)$ negativos, por lo que no puede saberse si se produce una subestimación o sobreestimación de los momentos (obviamente en el caso de distribuciones simétricas vale la igualdad entre los momentos de la distribución discretizada y la original)

En el trabajo de Miller y Rice (1983) ya mencionado se consignan en una tabla (aquí Tabla 1) los porcentajes de error que surgen de la discretización usual para varias distribuciones. Las mismas fueron divididas en subintervalos de igual probabilidad y la misma fue concentrada en la media del subintervalo. Los autores mencionan también que los errores fueron monótonamente superiores cuando se decidió concentrar los valores en la mediana, en lugar de en la media de cada subintervalo.

La Tabla 1 muestra que la varianza se subestima entre un 11 % y un 35 % cuando se divide la distribución en 3 pares de valores y probabilidades.

| | | Momentos centrales | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Distribution | $N$ | Media | Varianza | Asimetría | Curtosis |
| Uniform | 2 | 0.0% | − 25.0% | 0.0% | − 68.7% |
| $\{x\} = 1 : 0 \leqslant x \leqslant 1$ | 3 | 0.0 | − 11.1 | 0.0 | − 34.2 |
| | 4 | 0.0 | − 6.2 | 0.0 | − 19.9 |
| Beta | 2 | 0.0 | − 31.5 | − 100.0 | − 80.1 |
| $\{x\} = 12x(1-x)^2 : 0 \leqslant x \leqslant 1$ | 3 | 0.0 | − 16.0 | − 76.7 | − 55.1 |
| | 4 | 0.0 | − 9.9 | − 62.0 | − 40.3 |
| Normal | 2 | 0.0 | − 36.3 | 0.0 | − 86.5 |
| $\{x\} = (1/\sqrt{2\pi})e^{-(1/2)x^2}$ | 3 | 0.0 | − 20.7 | 0.0 | − 68.5 |
| | 4 | 0.0 | − 13.9 | 0.0 | − 56.3 |
| Exponential | 2 | 0.0 | − 52.0 | − 100.0 | − 97.4 |
| $\{x\} = e^{-x} : 0 \leqslant x$ | 3 | 0.0 | − 35.1 | − 87.2 | − 93.0 |
| | 4 | 0.0 | − 26.5 | − 76.5 | − 88.0 |

**Tabla 1 Error porcentual en los momentos centrales de las aproximaciones discretas de varias funciones utilizando las medias de los intervalos equiproporcionales - Miller y Rice (1983)**

Es de destacar que la subestimación referida, es un error de tipo sistemático, no aleatorio. O sea que la discretización usual subestima sistemáticamente el grado de incertidumbre inherente a la distribución original., sesgando el análisis de sensibilidad en el sentido más peligroso.

### III _d La importancia de la preservación de los momentos de la distribución

En la sección anterior se ha presentado el problema de la discretización usual de no preservar los momentos de la distribución original. ¿Cuál es la relevancia de esta limitación?

Obviamente es en general deseable que la discretización preserve lo mejor posible las características de la distribución original. Pero además hay otra razón aún más apelativa y es que la mayoría de las aplicaciones prácticas con las mismas consisten en buscar el valor esperado y la varianza de una función evaluada en el soporte de la misma. Dicha función, que denominaremos *G(x)* , puede en general ser aproximada por un polinomio, por lo que tendremos que:

$$G(x) \simeq a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + ...$$

Y por lo tanto

$$E[G(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} G(x) \cdot f(x)\ dx \simeq \int_{-\infty}^{\infty} (a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + ...) \cdot f(x)\ dx =$$

$$= a_0 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \cdot f(x)\ dx + a_1 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)\ dx + a_2 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x)\ dx + a_3 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} x^3 \cdot f(x)\ dx + ... =$$

$$= a_0 + a_1 \cdot E[x] + a_2 \cdot E[x^2] + a_3 \cdot E[x^3] + ...$$

Es decir que la utilidad de la discretización de la distribución, a los fines de encontrar el valor esperado (y la varianza) de una función de la variable aleatoria, dependerá en forma crucial de que dicha discretización sea capaz de preservar los momentos de la distribución de la variable $x$ .

Por lo tanto, el criterio para la elección del método de discretización será, siendo N el número de subintervalos

$$E[x^k] = \sum_{i=1}^{N} p_i \cdot x_i^k \quad \text{para k = 1, 2, …}$$

De acuerdo con la teoría de la interpolación polinomial, una aproximación discreta con *N* pares $(x_i; p_i)$ proporcionará *(2 N)* parámetros y por tanto permitirá aproximar hasta el momento *(2 N – 1)*ésimo en forma exacta. Si abandonamos el criterio de los subintervalos equiprobables y determinamos tanto los valores de $x_i$ como de $p_i$ adecuados para alcanzar el resultado deseado, las ecuaciones que deberán cumplir los pares $(x_i; p_i)$ seleccionados serán las siguientes:

$$\begin{array}{lllllll}
p_1 & + & p_2 & + & \dots & + & p_N & = E[x^0] \\
p_1 x_1 & + & p_2 x_2 & + & \dots & + & p_N x_N & = E[x] \\
p_1 x_1^2 & + & p_2 x_2^2 & + & \dots & + & p_N x_N^2 & = E[x^2] \\
\dots & & & & & & & \\
p_1 x_1^{2N-1} & + & p_2 x_2^{2N-1} & + & \dots & + & p_N x_N^{2N-1} & = E[x^{2N-1}]
\end{array}$$

Son *(2 N – 1)* ecuaciones con *(2 N – 1)* incógnitas. Puede demostrarse que el sistema siempre tiene soluciones reales. Esta metodología se denomina Cuadratura Gaussiana, en honor de su inventor Carl Friedrich Gauss.

En el caso de las principales distribuciones (Uniforme, Normal, Beta, Exponencial, etc.) estos valores se encuentran tabulados. En la Tabla 2 se muestran los valores para el caso de la distribución uniforme, que es la que utilizaremos en este trabajo.

Por lo tanto la condición deseable de igualdad de los momentos de la distribución con los momentos de la discretización se cumplirá, de acuerdo a la cantidad *N* de pares $(x_i; p_i)$ considerados como:

$$E[x^k] = \sum_{i=1}^{N} p_i \cdot x_i^k \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, (2N-1)$$

| Distribución | N | Valores | Probabilidades |
|---|---|---|---|
| Uniform | 2 | 0.211325 | 0.500000 |
| $\{x\} = 1 : 0 \leqslant x \leqslant 1$ | | 0.788675 | 0.500000 |
| | 3 | 0.112702 | 0.277778 |
| | | 0.500000 | 0.444444 |
| | | 0.887298 | 0.277778 |
| | 4 | 0.069432 | 0.173927 |
| | | 0.330009 | 0.326073 |
| | | 0.669991 | 0.326073 |
| | | 0.930568 | 0.173927 |

**Tabla 2 – Valores y probabilidades de la Cuadratura Gaussiana para la distribución Uniforme**

### III_e Metodología de discretización con intervalos equiprobables, con probabilidad en la media

En este caso hemos dividido la distribución uniforme en 3 intervalos equiprobables, con lo que resultan los siguientes pares $(x_i; p_i)$

CES y CET : (2 ; 1/3) ; (3 ; 1/3) ; (4 ; 1/3)

Con estos valores se calcula el producto cartesiano que nos brinda todas las variantes posibles de valores de las variables w y r considerando la discretización usual. Como se considera que la variación de los precios de cada uno de los factores es independiente, cada una de dichas variantes tiene una probabilidad dada por el producto de sus probabilidades. En este caso obviamente todos resultan equiprobables dada la discretización elegida.

Con cada uno de dichos casos se resuelve el problema de interés (los cambios en las variables del modelo EGC) y a cada resultado se le asigna la probabilidad del caso correspondiente. De esta manera el cálculo de la media y la varianza de las mismas se realiza en forma directa. Concentrándonos en los cambios en el PBI, los resultados de esta metodología son:

E (PBI) = 0.7738 Desvío (PBI) = 0.01410

Recordando que los valores obtenidos con la metodología de Montecarlo fueron

E (PBI) = 0.7737 Desvío (PBI) = 0,01522

Vemos que el método estima la media con bastante precisión, pero no así la varianza, a la cual minusvalora en un 7,4 %. Esto es importante debido a que posicionaría al análisis de sensibilidad en el “lado inseguro”, ya que se minusvaloran los cambios.

### III.3f Metodología de discretización con Cuadratura Gaussiana

Los valores que adjudica la metodología de la Cuadratura Gaussiana a los pares $(x_i; p_i)$ resultan ser:

CES y CET : $\left(-\frac{\sqrt{3/5}+1}{2}; \frac{1}{3}\right)$ ; $\left(0; \frac{1}{3}\right)$; $\left(\frac{\sqrt{3/5}+1}{2}; \frac{1}{3}\right)$

Con estos valores se calcula el producto cartesiano que nos brinda todas las variantes posibles de valores de las variables w y r considerando la Cuadratura Gaussiana. Como se considera que la variación de los precios de cada uno de los factores es independiente, cada una de dichas variantes tiene una probabilidad dada por el producto de sus probabilidades. En este caso no todos resultan equiprobables dada la discretización elegida.

Con cada uno de dichos casos se resuelve el problema de interés (modelo EGC) y a cada resultado se le asigna la probabilidad del caso correspondiente. De esta manera el cálculo de la media y la varianza del PBI, por ejemplo, se realiza en forma directa. Los resultados de esta metodología son:

E (PBI) = 0.7737 Desvío (PBI) = 0,01512

Recordando que los valores obtenidos con la metodología de Montecarlo fueron

E (PBI) = 0.7737 Desvío (PBI) = 0,01522

El resultado es mucho más preciso, desviándose sólo 0.7 %. Podríamos decir que en este sentido sería 10 veces más preciso que la discretización usual

## IV Discusión y resumen de resultados

Es preciso poner en perspectiva este resultado aparentemente favorable. En realidad el método más adecuado para realizar el análisis de sensibilidad es el método de Montecarlo. Es que este método me permite, no sólo obtener los valores de los momentos de las variables resultado, producto de la incertidumbre en los valores de los parámetros exógenos, sin que me permite obtener rápidamente intervalos de confianza por medio de los cuantiles de la distribución de los resultados. No importa la forma de la distribución, este método es consistente.

En el caso de los métodos de discretización, al no disponer de información (salvo el valor de los momentos) sobre la forma de la distribución, se debe apelar a fórmulas como la de Chebishev, que implican cotas más amplias para los intervalos de confianza.

En resumen, sólo aplica la discretización cuando la "maldición de la dimensionalidad" hace imposible o muy costoso el experimento de Montecarlo. Sin embargo, una vez que se adopta el camino de la discretización, la metodología de la cuadratura gaussiana es el camino a seguir.

Como un ejemplo se indican los intervalos de confianza que se obtendrían mediante el método de Chebishev con las 3 varianzas y medias calculadas, resaltando que la inclusión aquí de los momentos obtenidos mediante el método de Montecarlo se indican como un "mejor valor disponible".

Se presenta entonces un Tabla con el resumen de resultados de las 3 metodologías

| | Media | Desvío | Mínimo | Máximo |
|---|---|---|---|---|
| **Montecarlo** | 0,7737 | 0,01522 | 0,72545 | 0,82195 |
| **Discretización usual** | 0,7738 | 0,0141 | 0,72910 | 0,81850 |
| **Cuadratura Gaussiana** | 0,7737 | 0,01512 | 0,72577 | 0,82163 |

**Cuadro 10 - Resultados del ejercicio comparativo**

Como puede verse, el resultado de la discretización realizada con la Cuadratura Gaussiana resulta mucho más aproximado al resultado "correcto" dado por la simulación de Montecarlo. En especial se constata que la discretización usual subestima la variabilidad de los resultados, dejando los resultados del "lado peligroso" en un análisis de sensibilidad.[3]

## V Conclusiones

En la práctica del análisis económico suele presentarse con frecuencia la incertidumbre en el valor de los parámetros. Eso exige realizar un análisis de sensibilidad que en general involucra varias docenas de parámetros, para cada uno de los cuales se propone un valor

[3]Los cálculos y simulaciones se han efectuado con el software R y están disponibles para el lector interesado

“central” , un rango de variabilidad y una determinada distribución de probabilidad de la misma.

La realización de dichos análisis de sensibilidad mediante simulaciones del tipo de Montecarlo enfrenta el problema de la “maldición de la dimensionalidad” que requiere una gran cantidad de evaluaciones del modelo.

Por lo dicho, es de uso común la representación de dichas distribuciones de probabilidad continuas mediante una distribución discreta que las represente. La discretización usual consiste en dividir el dominio de la función en intervalos de igual probabilidad y asignar la probabilidad asociada de cada subintervalo a un punto situado en la media o en la mediana del mismo.

Se ha demostrado que dicho método conduce a una subestimación de los momentos pares de la distribución de los resultado del modelo, provocando que los intervalos de confianza se reduzcan, situándolos así en el “lado peligroso” del análisis.

Este trabajo, que ha presentado un ejemplo sencillo de Modelo de Equilibrio General Computable es preliminar a la realización del análisis de sensibilidad de un modelo de mayores dimensiones programado en el software GAMS y presentado en Fabris (2014)

## V _ Bibliografía


Armington, P. (1969). “A Theory of Demand for Products Distinguished by Place of Production,” International Monetary Fund Staff Papers XVI, pp. 159-78.

Arndt, Ch. (1996) “An Introduction to Systematic Sensitivity Analysis via Gaussian Quadrature” GTAP Technical Paper No. 2

Belgodere, A. y Vellutini, Ch. (2009) “Identifying key elasticities in a CGE model: A Monte-Carlo approach” ECOPA (Economic Policy Analysis), Working Paper Nro. 11

Devarajan, S.; Go, D. S.; Lewis, J. D.; Robinson, S. and Sinko, P. (1997). “Simple General Equilibrium Modeling” en Francois, J. F. and Reinert, K. A. (eds.). Applied Methods for Trade Policy Analysis: A Handbook. Cambridge University Press

Domingues, E. Y Haddad, E. (2005) “Sensitivity Analysis in Computable General Equilibrium Models: An Application for the Regional Effects of the Free Trade Area of the Americas (FTAA)” Brazilian Review of Econometrics v. 25, no 1, pp. 115–137

Fabris, J. E. (2014). Perfil productivo y distribución del ingreso en la Argentina de fin de siglo (Tesis doctoral, Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Económicas.).

Hermeling, C. y Mennel, T. (2008) “Sensitivity Analysis in Economic Simulations – A Systematic Approach”, Center for European Economic Research, Discussion Paper No. 08-068

Hertel, Thomas W. (ed.) (1997). Global Trade Analysis: Modeling and Applications. Cambridge: Cambridge University Press.

Kennedy, P. (2008). *A guide to econometrics*. John Wiley & Sons.

Miller III, A. C., & Rice, T. R. (1983). Discrete approximations of probability distributions. Management science, 29(3), 352-362.

Romero, C. (2009). Calibración de Modelos de Equilibrio General Computado, métodos y práctica usual, en Chisari, O. O (ed.) Progresos en Economía Computacional., AAEP

Wang, Zhi (2005) “Applied General Equilibrium Trade Policy Analysis” curso dictado en la National Chengchi University Business School, Taiwan. Sitio web : http://www.ib.nccu.edu.tw/IEcenter/wangc.html